ई-पुस्तक

'लॉग' वर आधारित कॅल्क्युलेशन्स

(twitter.com/dksalgar ह्या Twitter अकाऊंटवर Pinned tweet स्वरुपात उपलब्ध)

पुस्तकाची ठळक वैशिष्ट्ये.

- लॉग-अँटीलॉगची संकल्पना
- 'लॉग' संदर्भात संख्यांचे लक्षणांक लिहिण्याबाबत सोदाहरण स्पष्टीकरण
- लॉग सारणीचा उपयोग करून संख्यांचे लॉग लिहिण्याबाबत सोदाहरण स्पष्टीकरण
- अँटिलॉग सारणीचा उपयोग करून संख्यांचे अँटिलॉग लिहिण्याबाबत सोदाहरण स्पष्टीकरण
- पूर्ण ऋण संख्यांचे अंशतः ऋण आणि अंशतः धन स्वरुपात तसेच अंशतः ऋण आणि अंशतः धन संख्येचे पूर्ण ऋण संख्येमध्ये रूपांतरण करण्याबाबत सोदाहरण स्पष्टीकरण
- अधिकाधिक काठिण्य पातळीच्या उदाहरणांचा समावेश

$$\sqrt[5]{(0.00008149)^2} = ?$$

$$(0.00001991)^5 = ?$$

$$96.09 \times 12.18 \times 0.5402 = ?$$

$$\frac{1.0132}{1.04} = ?$$

प्रा. सलगर डी. के.

लॉगवर आधारित गणिते

हे गणिताच्या संकल्पना सोप्या पद्धतीने समजावणारे पुस्तक ई साहित्य प्रतिष्ठानच्या वाचकांना ई स्वरुपात विनामूल्य उपलब्ध करून दिल्याबद्दल ई साहित्य प्रतिष्ठान लेखक व प्रकाशक श्री दिगंबर सलगर यांचे आभारी आहे. त्यांची थोदक्यात माहिती खाली देत आहोत.

श्री. सलगर दिगंबर काशिनाथराव

शिक्षण: एम.एससी.(रसायनशास्त्र),एम.एड.

अध्यापन अनुभव: सेवादास उच्च माध्यमिक; वसंतनगर, ता.मुखेड, जिल्हा:नांदेड,येथे उच्च माध्यमिक स्तरावर रसायनशास्त्र विषयाच्या अध्यापनाचा 31 वर्षे अनुभव.

आवड : निसर्गाची खूप आवड आहे.ह्या अनुषंगाने विविध वृक्ष, विविध पशू -पक्षी इ.चे खूप आकर्षण आहे. 21व्या शतकात सर्व क्षेत्रात क्रांतिकारी बदल किंवा स्थित्यंतरे झाली आहेत. ह्या अनुषंगाने Pinterest समाज माध्यमातून ई-छंद झाले आहेत. Pinterest वर विविध देशांतील टपाल तिकीटे आणि अन्य काही विषयांशी निगडीत अप्रतिम छायाचित्रे शेअर केली आहेत

या पुस्तकावरील आपले अभिप्राय श्री दिगंबर सलगर यांना 9423437196 या क्रमांकावर कळवावे.

धन्यवाद

सुनीळ सामंत
टीम ई साहित्य
esahity@gmail.com
www.esahity.com
Whatsapp: 99877 37237
ई प्रकाशन तिथी- पंधरा जून दोनहजार चौवीस

प्रस्तावना

भविष्यात स्वयंअध्ययन साहित्याला महत्त्व येणार आहे ही काळाची पावले ओळखून हे साहित्य निर्मिती करणारे श्री दिगंबर सलगर यांचे धाडस, त्यात त्यांनी गणित हा बहुतांश नावडीचा विषय निवडला आणि त्याहुनही कठिण म्हणजे गणितातिल लॉग आणि अँटिलॉग या किचकट संकल्पना यावर मराठी भाषेमध्ये ई-पुस्तक काढण्याची त्यांची दुर्दम्य इच्छा त्यांनी पुर्ण केली. सर्वप्रथम त्यांच्या या धाडसासाठी त्यांचे त्रिवार अभिनंदन !!!

लॉग आणि अँटिलॉग या संकल्पनेचे विस्तृत विवरण अत्यंत सोप्या भाषेत श्री सलगर यांनी प्रस्तुत पुस्तकात केले आहे. या दोन संकल्पना तसेच 'लॉग' संदर्भात संख्येचा लक्षणांक, लॉग सारणीचा उपयोग, अँटिलॉग सारणीचा उपयोग अशा प्रकारच्या लेखनातून पुस्तक पुढे सरकत जाते तेंव्हा लेखकाच्या प्रगल्भतेचे आणि विषयातील गहन आकलनाचे दर्शन घडत जाते. बरीचशी क्लिष्ट उदाहरणे कशी सोडवायची याबद्दलचे विवेचन अतिशय सुंदर, सुलभ शब्दात वर्णन केले आहे.

थोडक्यात स्वयं-अध्ययन हि संकल्पना लेखकाने प्रत्यक्षात जोपासली आहे याची जाणीव पावलोपावली येते. पुस्तक वाचल्यानंतर लॉग आणि अँटिलॉग या विषयावर विद्यार्थ्यांच्या सर्व शंका दूर होऊन त्यांची या विषयात आवड निर्माण होईल याबद्दल माझ्या मनात यत्किंचितही शंका नाही.

लेखक श्री दिगंबर सलगर यांना पुढील वाटचालीस शुभेच्छा देतो. यापुढेही त्यांच्या हातून अशाच स्वयंअध्ययन साहित्याची निर्मिती होवो, ही सदिच्छा.

डॉ राघवेंद्र ज. टोपरे.
प्राध्यापक व विभाग प्रमुख.
भौतिकशास्त्र विभाग,
योगेश्वरी महाविद्यालय,
अंबाजोगाई.

लेखकाचे मनोगत

विज्ञान शाखेसाठी 'लॉग'वर आधारित कॅल्क्युलेशन्सचे महत्व अनन्यसाधारण आहे. हा संदर्भ आणि आजच्या शिक्षण प्रणालितील स्थित्यंतरे विचारात घेऊन प्रस्तुत पुस्तकाचे विकसन ई-पुस्तक तसेच स्वयंअध्ययन साहित्य स्वरुपात केले आहे.

पुस्तकाचे स्वरूप हे मुक्त शिक्षण प्रणालितील 'स्वयंअध्ययन साहित्य - Self Instructional Material' अशा स्वरूपाचे आहे. त्यामुळे विद्यार्थी सदरील पुस्तकाचा उपयोग करून आशयाचे स्वयंअध्ययन करू शकतात. ही स्वयंअध्ययन प्रक्रिया अधिकाधिक परिणामकारक आणि सुलभ होण्यासाठी आशयाची मांडणी खूपच सुलभ पद्धतीने केली आहे.

जुलै २०१९ मध्ये 'लॉग'वर आधारित कॅल्क्युलेशन्स हा साधारणतः १५ पानांचा हस्तलिखित लेख (हा लेख Twitter.com/dksalgar अकाऊंटवर उपलब्ध आहे.) प्रस्तुत पुस्तकाच्या विकसन प्रक्रियेमध्ये मैलाचा दगड ठरला आहे. कारण हे पुस्तक सदरील लेखाची खूपच सुधारित, विस्तारित आवृत्ती आहे. हा लेख खूपच अप्रतिम, अभ्यासपूर्ण आहे, अशा आशयाचे प्रतिसाद मला प्राप्त झाले होते. त्यामध्ये उल्लेखनीय नावे माझा मित्र उज्वल टेंभुर्णीकर (उप अभियंता एम. आय. डी. सी. कार्यालय, नांदेड.) अभियंता शशिकांत पाटील, एस. एस. पेंडलवार आणि समाजातील आर्थिकदृष्ठ्या अत्यंत मागासलेल्या विद्यार्थ्यांची वैद्यकीय शिक्षणासाठी 'NEET' परीक्षेची निःशुल्क तयारी करून घेणारी पुणे येथील संस्था, 'लिफ्ट फॉर अपलिफ्टमेंट' चा समावेश आहे. त्याबद्दल ह्या सर्वांचे मनःपूर्वक आभार.

प्रस्तुत पुस्तकाच्या विकसन प्रक्रियेमध्ये माझे विद्यार्थी प्रा. रविकांत कराळे (स्वा.रा.ती.म.विद्यापीठ, नांदेड.), प्रा. एम. एस. शेळके-पाटील (पुणे महापालिका कनिष्ठ महाविद्यालय) ह्यांचेही अनौपचारीक मार्गदर्शन लाभले आणि खूपच कठीण स्वरूपाचे टंकलेखन कार्य खूपच सुबक स्वरुपात प्रा. सचिन क्यादरकुंटे (श्री शिवाजी कॉलेज कंधार, जि. नांदेड) सरांनी पूर्ण केले आहे. त्याबद्दल ह्या सर्वांचे मनःपूर्वक आभार आणि सर्वांना मनःपूर्वक धन्यवाद.

पुस्तकाची प्रस्तावना डॉ. राघवेंद्र टोपरे यांनी केल्याबद्दल त्यांचेही मनःपूर्वक आभार.

ह्या सोबतच ज्ञात किंवा अज्ञात व्यक्ती, ज्यांचे प्रस्तुत पुस्तक विकसन प्रक्रियेमध्ये सहकार्य लाभले त्यांचेही मनःपूर्वक आभार.

दि. २२ एप्रिल २०२३ **दिगंबर सलगर**

अक्षय्य तृतिया

अनुक्रमणिका

Contents

प्रकरण क्र. 1 5

‘लॉग’ची संकल्पना, संख्यांचे लॉग-अँटीलॉग 5

1.1 प्रस्तावना 5

1.2 ‘लॉग’ची संकल्पना 5

1.3 नॅचरल लॉग 6

1.4 ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक - Characteristic of a logarithm for the Number 7

1.4.1 एक पेक्षा लहान (परंतु केवळ धन संख्या) संख्यांचे ‘लॉग’ संदर्भात लक्षणांक लिहिण्याची पद्धत. 8

1.5 लॉग सारणीचा (Log table) उपयोग करून संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) लिहिणे. 10

1.5.1 एक अंकी, दोन अंकी किंवा तिन अंकी संख्यांचे लॉग अपूर्णांक (Mantissa of log of N) 15

1.6 अँटिलॉगची संकल्पना, अँटिलॉग सारणी - Antilog Table 18

1.7 सारांश 23

प्रकरण क्र. 2 24

‘लॉग’वर आधारित कॅल्क्युलेशन्स 24

2.1 प्रस्तावना 24

2.2 ‘लॉग’वर आधारित कॅल्क्युलेशन्स 24

2.2.1 Problems 25

2.3 केवळ लॉग सारणीच्या (Log Table) उपयोगावर आधारित काही महत्वपूर्ण संदर्भ 37

2.4 'लॉग'वर आधारित Calculations : आणखी काही विशिष्ट संदर्भ ----- 38

2.5 सारांश 42

प्रकरण क्र. 3 43

‘लॉग’च्या पुस्तकामधील काही अन्य माहिती 43

3.1 प्रस्तावना 43

3.2 Natural sines सारणी 43

3.3 Log sines सारणी..45

3.4 सारांश..46

प्रकरण क्र. 1

‘लॉग’ची संकल्पना, संख्यांचे लॉग-अँटीलॉग

1.1 प्रस्तावना

उच्च माध्यमिक स्तर (विज्ञान शाखा) तसेच पदवी स्तरावरही विविध प्रकारचे गणन (Calculations) करणे अपरिहार्य आहे. त्या अनुषंगाने काठिण्य पातळीही अधिकाधिक असते. परिणामी हे गणन (Calculations) उदा. गुणाकार, भागाकार , घातांक, वर्गमूळ, घनमूळ .... इ. खूपच सुलभ पद्धतीने करण्यासाठी लॉगरिथम हा एकमेव विकल्प आहे.‘लॉगरिथम’लाच लघु स्वरुपात ‘लॉग’ हे संबोधन सर्वसामान्य आहे. तेव्हा प्रथमतः ‘लॉग’ च्या संकल्पनेबाबत माहिती घेऊ.

1.2 ‘लॉग’ची संकल्पना

आपल्याला हे माहित आहे, 10 ह्या संख्येचा वर्ग केला की उत्तर 100 मिळते आणि हे खालीलप्रमाणे लिहिले जाते.

$$10^2 = 100$$

हे समीकरण लॉग च्या संदर्भामध्ये खालीलप्रमाणे लिहितात.

$$\log_{10} (100) = 2$$

येथे ‘100’ ह्या संख्येचा लॉग, बेस (पाया) 10 असताना उत्तर 2 मिळते. हे आणखी सुलभ स्वरुपात सांगावयाचे झाले तर लॉगच्या बेससंदर्भात किंवा लॉगच्या बेसचा घातांक किती असावा, हा घातांक म्हणजेच आपण ज्या संख्येचा लॉग पाहिला आहे त्या संख्येचा लॉग आहे. (येथे ही संख्या 100 आहे)

हा संदर्भ विचारात घेऊन 10 चा घातांक 3 आणि 4 असताना लॉग खालीलप्रमाणे लिहितात.

$10^3 = 1000$	$10^4 = 10000$
$\log_{10}(1000) = 3$	$\log_{10}(10000) = 4$

आपण जे लॉग टेबल्स वापरतो, त्यामधील सर्व किमतीसंदर्भात 'लॉग'चा बेस 10 विचारात घेतला आहे. त्यामुळे प्रत्येक वेळी लॉगचा बेस '10' असे लिहिण्याची आवश्यकता नाही. त्या अनुषंगाने पुढील भागामध्ये संख्येचा लॉग संदर्भात बेस '10' लिहिलेला नाही.

1.3 नॅचरल लॉग

नॅचरल लॉग संदर्भात लॉगचा बेस 'e' असून 'e' ची किंमत 2.718 आहे.

भौतिकशास्त्र आणि रसायनशास्त्राच्या काही MATHEMATICAL DERIVATIONS-गणितीय व्युत्पत्तीमध्ये

$$\int \frac{1}{x}\mathrm{dx} = \mathrm{Ln}\ (\mathrm{x}) + \mathrm{c}$$

किंवा

$$\int \frac{1}{x}dx = ln(x) + c$$

असे संदर्भ आहेत. वरील समीकरणामध्ये डाव्या बाजूला $\int$ हे Integration अर्थात संकलन किंवा एकात्मीकरण चिन्ह आहे. समीकरणाच्या उजव्या बाजूला Ln (x) किंवा In (x) हे पद (TERM) नॅचरल लॉग असून येथे लॉगचा बेस e आहे. त्यामुळे हे पद $\log_e^{(x)}$ असेही लिहिले जाते. जर लॉग चा बेस e बदलून 10 करावयाचा असेल तर (कारण आपल्या लॉग टेबल मधील सर्व किमतीसंदर्भात बेस 10 आहे.) 2.303 ने गुणाकार करावा लागतो.

$$\therefore \mathrm{Ln}\ (x) = 2.303 \log\ (x)$$

किंवा

$$\log_e (x) = 2.303 \log\ (x)$$

लॉग च्या संकल्पनेबाबत माहिती घेतल्यानंतर संख्येच्या लॉग संदर्भात माहिती, अर्थात लॉग सारणीचा (LOG TABLE) उपयोग करून संख्येचा लॉग लिहिण्याबाबत सविस्तर माहिती घेणे क्रमप्राप्त ठरते. तेव्हा एखादी संख्या 'N' चा लॉग खालीलप्रमाणे लिहितात.

$$N \geq 1$$

Log (N) = CHARACTERISTIC + MANTISSA

‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक + संख्येचा ‘लॉग’ अपूर्णांक

	CHARACTERISTIC ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक	MANTISSA संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’
‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक आणि लॉग अपूर्णांकाची (Mantissa) थोडक्यात वैशिष्ट्ये.	1. संख्येचे निरीक्षण करून लिहितात	1. लॉग सारणीचा log table चा उपयोग करून लिहितात.
	2. पूर्णांक संख्या	2. दशांश स्वरुपात (एकपेक्षा लहान)
	3. धन, ऋण किंवा शून्य	3. केवळ धन .

वरील संदर्भानुसार संख्येचा लॉग लिहिताना प्रथमतः ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक (characteristic of a logarithm for the number) लिहिला पाहिजे. ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक हा संख्येचे निरीक्षण (संख्या किती अंकी आहे? हा संदर्भ विचारात घेऊन) करून लिहितात.

[येथे स्वतंत्रपणे ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक + संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa), ही बेरीज करणे आवश्यक नाही.]

तेव्हा सर्वप्रथम ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक लिहिण्याबाबत माहिती घेऊ.

1.4 ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक - Characteristic of a logarithm for the Number

‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक लिहिताना संख्या किती अंकी आहे हे लक्षात घ्यावयास हवे. उदा. 9251 ही संख्या 4 अंकी आहे. ह्या अंकाच्या संख्येमधून 1 वजा करावे.

$\therefore 4 - 1 = 3$

तेव्हा 9251 ह्या संख्येचा ‘लॉग’ संदर्भात लक्षणांक 3 आहे. संख्येमध्ये दशांश चिन्ह असेल तेव्हा अशा संख्येबाबत दशांश चिन्हाच्या अगोदरच्या संख्या, ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक लिहिण्यासंदर्भात विचारात घ्याव्या.

उदा. 88501801.751 (प्रस्तुत संख्येमध्ये दशांश चिन्हापुर्वी 8 अंक आहेत) ही संख्या 8 अंकी आहे. ‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक लिहिण्यासंदर्भात संख्येतील एकूण स्थळांच्या किंवा अंकांच्या संख्येमधून 1 वजा करा. तेव्हा 88501801.751 ह्या संख्येचा लक्षणांक → 8-1 = 7

संख्येचा लक्षणांक लिहिला की त्यापुढे दशांश चिन्ह लिहावेच. वरील माहितीच्या आधारे काही संख्याचे(‘लॉग’ संदर्भात) लक्षणांक खालील उदाहरणांमध्ये लिहिले आहेत.

संख्या	‘लॉग’ संदर्भात संख्येचा लक्षणांक
1) 81947 (ही संख्या 5 अंकी आहे -- $\therefore 5 - 1 = 4$)	→ 4.
2) 8 (ही संख्या 1 अंकी आहे. -- $\therefore 1 - 1 = 0$)	→ 0.
3) 6103694500.085 (ह्या संख्येमध्ये दशांश चिन्हापुर्वी 10 अंक आहेत -- $\therefore 10 - 1 = 9$)	→ 9.
4) 975.02 (दशांश चिन्हापुर्वी 3 अंक -- $\therefore 3 - 1 = 2$.	→ 2.

1.4.1 एक पेक्षा लहान (परंतु केवळ धन संख्या) संख्यांचे ‘लॉग’ संदर्भात लक्षणांक लिहिण्याची पद्धत.

एक पेक्षा लहान (केवळ धन संख्या) संख्यांचे, ‘लॉग’ संदर्भात लक्षणांक लिहिण्याची पद्धत खालीलप्रमाणे आहे.

समजा 0.0800019805 ह्या संख्येचा लक्षणांक लिहावयाचा आहे. प्रस्तुत संख्येचा 'लॉग' संदर्भात लक्षणांक लिहिताना दशांश चिन्हापासून उजवीकडे संख्या सुरू होईपर्यंत किती शून्य आहेत (शुन्यांची संख्या) हे मोजा. एकूण शून्यांच्या संख्येमध्ये 1 मिळवा आणि ही मिळालेली संख्या किंवा उत्तर हे ऋण स्वरूपात (बार स्वरुपात) लिहून त्यापुढे दशांश चिन्ह लिहावे. ऋण संख्या (बार स्वरुपातील संख्या) ही त्या संख्येचा 'लॉग' संदर्भात लक्षणांक आहे. आपण लक्षणांक लिहिण्यासाठी विचारात घेतलेली संख्या.---

$$0.\,\underline{0}\,8\,\underline{0\,0\,0}\,1\,9\,8\,0\,5$$

$\boxed{1}$

'लॉग' संदर्भात संख्येचा लक्षणांक (characteristic) लिहिण्यासंदर्भात हे तीन शून्य विचारात घेऊ नयेत.

0.0800019805 संख्येमध्ये दशांश चिन्हापासून उजवीकडे संख्या सुरू होइपर्यंत केवळ एक शून्य आहे. (संख्या सुरू झाल्यानंतरही त्यापुढे तीन शून्य आहेत, परंतु 'लॉग' संदर्भात संख्येचा लक्षणांक लिहिण्यासंदर्भात हे तीन शून्य विचारात घेण्याची आवश्यकता नाही.)

त्यामध्ये 1 मिळवले की बेरीज 2 मिळेल. त्यामुळे प्रस्तुत संख्येचा लक्षणांक (-2); परंतु हा लक्षणांक लिहिताना $\bar{2}$ अशा पद्धतीने लिहून वाचन बार दोन असे केले जाते.

	संख्या	संख्येचा लक्षणांक ('लॉग' संदर्भात)
1	$0.\underline{0}\,8\,0\,0\,0\,1\,9\,8\,0\,5$ 1+1= (-2)	$\bar{2}$ (वाचन; बार दोन)
2	$0.\underline{0\,0\,0}\,7\,0\,9\,2\,5$ 3+1 = (-4)	$\bar{4}$ (वाचन; बार चार)
3	0.5 0 0 0 0 9 2 1 7 0+1 = (-1)	$\bar{1}$ (वाचन; बार एक)

उदाहरण क्र. 3 मध्ये दशांश चिन्हापासून उजवीकडे संख्या सुरू होईपर्यंत एकही शून्य नाही. त्यामुळे शून्यांची संख्या 0 आणि 0+1 = 1 म्हणून प्रस्तुत संख्येचा 'लॉग' संदर्भात लक्षणांक $\bar{1}$ आहे.

0.500009217 संख्येमध्ये 5 ह्या दशांश स्थळापुढे 4 शून्य आहेत; परंतु ('लॉग' संदर्भात) लक्षणांक लिहिण्याबाबत हे चार शून्य विचारात घेण्याचा प्रश्नच उद्भवत नाही.

एक पेक्षा लहान संख्येचा ('लॉग' संदर्भात) लक्षणांक लिहिण्याबाबत केवळ दशांश चिन्हाच्या पुढे संख्या सुरू होइपर्यंत किती शून्य आहेत ? हाच संदर्भ विचारात घ्यावा.

1.5 लॉग सारणीचा (Log table) उपयोग करून संख्येचा 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa) लिहिणे.

'लॉग' संदर्भात संख्यांचे लक्षणांक लिहिण्याबाबत सविस्तर माहिती घेतल्यानंतर संख्येचा 'लॉग अपूर्णांक' किंवा Mantissa, लॉग सारणीचा (Log table) उपयोग करून कशा पद्धतीने लिहावयाचा हे सविस्तरपणे पाहू.

एखादी संख्या N चा (N = केवळ धन संख्या) लॉग खालीलप्रमाणे लिहितात.

Log (N) = लक्षणांक (Characteristic) + (Mantissa) लॉग अपूर्णांक

Log (N) = Characteristic of logarithm for N + Mantissa of the log of N

= 'लॉग' संदर्भात संख्येचा लक्षणांक + संख्येचा 'लॉग अपूर्णांक'

संख्येच्या लॉगमधील Mantissa अर्थात लॉग अपूर्णांक, लॉग सारणीचा (log table) उपयोग करून लिहितात. ही लॉग सारणी वापरताना 'अ' , 'ब' आणि 'क' अशा तीन गट किंवा भागामध्ये विचारात घ्यावयाची असते. लॉग सारणीतील हे तीन गट किंवा भाग खालील प्रमाणे आहेत.

१. लॉग सारणीतील पहिला गट किंवा भाग 'अ' हा लॉग सारणीतील पहिला स्तंभ, ज्यामध्ये दोन अंकी संख्या 10 ते 99 हा आहे.

२. लॉग सारणीतील दूसरा गट 'ब' हा असून यामध्ये एकूण दहा स्तंभाचा समावेश (अनुक्रमे 0,1,2,3……9 हे 10 स्तंभ) आहे.

३. लॉग सारणीतील तिसरा गट किंवा भाग 'क' हा असून, ह्यामध्ये एकूण नऊ स्तंभाचा समावेश (अनुक्रमे 1,2,3,4,…….9 हे नऊ स्तंभ) आहे. लॉग सारणीच्या ह्या भागास ' Mean Difference' हे संबोधन आहे.

[कृपया पुढील पानावर लॉग सारणी (log table) पाहा.]

लॉग सारणी (Log Table)

‘अ’	‘ब’	‘क’ गट

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8

(Mantissa अर्थात लॉग अपूर्णांक = लॉग सारणीतील भाग ‘ब’ आणि ‘क’ मधील निगडीत संख्यांची बेरीज)

वरील माहितीच्या अनुषंगाने कोणत्याही संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa); log table मध्ये पाहताना त्या संख्येमधील सुरूवातीचे (डावीकडून) 4 अंक विचारात घेतले जातात, संख्येमधील उर्वरित स्थळांबाबत (Digits) विचार करण्याची आवश्यकता नाही. (संख्येमधील सर्व अंकांचा विचार हा ‘लॉग संदर्भात’ संख्येचा लक्षणांक लिहिताना केलेला आहे.) कोणत्याही संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) पाहताना पान क्र. 10 वरील परिच्छेद क्र. (१), (२), (३) मध्ये दिलेल्या माहितीच्या अनुषंगाने, त्या संख्येचेही तीन गट किंवा भाग, ज्यामध्ये पहिला गट वरील परिच्छेद क्र. (१) नुसार 2 अंकी संख्या, दुसरा आणि तिसरा गट परिच्छेद क्रमांक अनुक्रमे (२), (३) नुसार प्रत्येकी एक अंकी संख्या; अशा स्वरूपात विचारात घ्यावे.

आपण ज्या संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) लॉग सारणीमध्ये (log table) पाहतो, त्या संदर्भात Mantissa अर्थात लॉग अपूर्णांक हा लॉग सारणीतील गट ‘ब’ आणि ‘क’ मधील संख्यांची बेरीज आहे; तसेच ह्याच अनुषंगाने गट/भाग ‘ब’ आणि ‘क’ मधील संख्या लॉग सारणीच्या (log table) गट/ भाग ‘अ’ मधील संख्येशी निगडीत असतात. हे लक्षात घेणेही क्रमप्राप्त ठरते. ह्या सर्व बाबी साकल्याने (एकत्रितपणे) विचारात घेऊन, लॉग सारणीचा (log table) उपयोग करून संख्यांचे ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) लिहिण्याबाबत माहिती घेऊ.

उदा. 23586.905 ह्या संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa), लॉग सारणी (log table) वापरून खालीलप्रमाणे लिहितात.

प्रस्तुत संख्येचा (‘लॉग’ संदर्भात) लक्षणांक 4 आहे आणि त्यानंतर लॉग सारणीचा (log table) उपयोग करून संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ लिहिण्यासंदर्भात संख्येच्या डावीकडून 4 अंक (4 digits) 23586.905 संख्येमध्ये 2358, तसेच ह्या 4 अंकांचे लॉग सारणीतील (log table) गट / भागांच्या अनुषंगाने खालीलप्रमाणे गट विचारात घ्या.

‘अ’	‘ब’	‘क’
23	5	8

हे संदर्भ लॉग सारणीमध्ये (log table) पहा.

'अ' | 'ब' गट | 'क' गट

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11

लॉग सारणीच्या ('अ' गट) पहिल्या स्तंभामध्ये 23 ह्या संख्येपुढे सलग किंवा सरळ आडव्या ओळीमध्ये दुसऱ्या एक अंकी गट 'ब' मधील (ह्या संख्येतील गट 'ब' = 5) 5 च्या स्तंभामधील संख्या वेगळी नोंदवा. येथे ही संख्या 3711 असून ह्या ओळीमध्ये पुढे सलग तिसऱ्या एक अंकी, गट 'क' मधील (ह्या संख्येतील गट 'क' = 8) 8 च्या स्तंभामध्ये येणारी संख्या, येथे ही संख्या 15 आहे. ही संख्या अगोदर वेगळया नोंदवलेल्या संख्येमध्ये मिळवा किंवा त्या संख्यांची बेरीज करा.

$$\begin{array}{r} 3711 \\ +\ 15 \\ \hline =3726 \end{array}$$

ही मिळालेली बेरीज प्रस्तुत संख्येचा लक्षणांक 4 च्या समोर दशांश चिन्ह लिहून त्यापुढे लिहा.

$$\therefore \log (23586.905) = 4.3726$$

ह्या माहितीच्या आधारावर काही संख्यांचे लॉग, लॉग सारणीचा (log table) उपयोग करून खालीलप्रमाणे मिळतील.

1. $\log (96.09) = 1.9827$
2. $\log (786.2) = 2.8955$
3. $\log (0.0109) = \bar{2}.0374$
4. $\log (0.7862) = \bar{1}.8955$

23586.905 ह्या संख्येचा 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa) लॉग सारणीचा (log table) उपयोग करून कशा पद्धतीने पाहिला हे सविस्तरपणे स्पष्ट केले आहे. ह्याच संख्येच्या संदर्भात, असे गृहीत धरू या की प्रस्तुत संख्येमध्ये दशांश चिन्हाचे स्थान खालीलप्रमाणे बदलले आहे.

1) 235.86905 2) 2.3586905
3) 0.23586905 4) 0.0023586905

आपण 23586.905 ह्या संख्येचा 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa) लॉग सारणीच्या (log table) सहाय्याने लिहिण्याची पद्धत सविस्तर पाहिली. वरील चार नव्या संख्यासंदर्भात सर्व संख्यामधील अंक समान किंवा सारखेच आहेत; परंतु चारही संख्यामध्ये दशांश चिन्हाचे स्थान मात्र खूपच बदलले आहे. तेंव्हा चारही संख्यांचे 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa), लॉग सारणीच्या (log table) सहाय्याने लिहिताना लॉग सारणीचे गट किंवा भागांच्या अनुषंगाने सर्वच संख्यांचे तीन गट 'अ' , 'ब' आणि 'क' गट मात्र तेच राहतील.

तेव्हा वरील चारही संख्यांमध्ये गट अ = 23, ब = 5 आणि क = 8 हे संदर्भ बदलणार नाहीत. येथे मुख्य बदल होतो तो चारही संख्यांच्या ('लॉग' संदर्भात) लक्षणांकामध्ये, त्यामुळेच वरील संख्येच्या लॉगमध्ये संख्येच्या लक्षणांकांनंतर दशांश चिन्हाचा पुढील भाग 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa) बदलत नाही. ह्या अनुषंगाने वरील चारही संख्यांचे लॉग खालीलप्रमाणे मिळतील.

1. $\text{Log} (235.86905) = 2.3726$
2. $\text{Log} (2.3586905) = 0.3726$
3. $\text{Log} (0.23586905) = \bar{1}.3726$

4. Log (0.0023586905) = $\bar{3}.3726$

1.5.1 एक अंकी, दोन अंकी किंवा तिन अंकी संख्यांचे लॉग अपूर्णांक (Mantissa of log of N)

संख्यांचे लॉग [log N], लॉग अपूर्णांक (mantissa) लॉग सारणीच्या सहाय्याने पाहण्याबाबत सविस्तर स्पष्टीकरण केले आहे. परंतु हे स्पष्टीकरण देत असताना संख्या 4 अंकी किंवा त्यापेक्षा मोठ्या संख्यांचा विचार केला आहे. काही वेळा calculations मध्ये केवळ एक अंकी, दोन अंकी किंवा तीन अंकी संख्याही असतात, त्या अनुषंगाने एक, दोन, तीन अंकी संख्यांचे लॉग अपूर्णांक (Mantissa) पाहण्याबाबत माहिती घेऊ.

प्रथमतः एक अंकी संख्यांचे लॉग पाहण्याबाबत---

एक अंकी संख्यांचे 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa)

समजा एखादी संख्या केवळ एक अंकी आहे तेव्हा लॉग सारणीच्या (log Table) सहाय्याने संख्येचा 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa) पाहण्यासंदर्भात वरील माहितीच्या अनुषंगाने संख्येचे तीन गट किंवा भाग – 'अ' , 'ब' आणि 'क' ; कसे करावयाचे? अशा उदाहरणांमध्ये असे तीन गट करताही येणे शक्य नाही. उदा. एक अंकी संख्या '4' ह्या संख्येचा 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa) लॉग सारणीच्या (log table) सहाय्याने पाहावयाचा आहे. हा 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa) पाहताना लॉग सारणीच्या (log Table) पहिल्या स्तंभामधील (लॉग सारणीचा गट/भाग 'अ') 40 ह्या संख्येपुढे सलग आडव्या ओळीमध्ये लॉग सारणीच्या गट 'ब' मधील '0' ह्या स्तंभामध्ये जी संख्या आहे, ती संख्या 4 ह्या संख्येचा – Mantissa किंवा 'लॉग अपूर्णांक' असेल. येथे ही संख्या .6021 आहे.

एक अंकी संख्येचा 'लॉग अपूर्णांक' (Mantissa) पाहण्यासंदर्भात लॉग सारणीचा गट/भाग 'क' बाबत विचार करण्याची आवश्यकता नाही. (तसेच लॉग सारणीचा गट 'क' – Mean Difference मध्ये शून्य हा स्तंभही नाही.)

4 ह्या संख्येचा ('लॉग' संदर्भात) लक्षणांक शून्य आहे. $\therefore$ log (4) = 0.6021

अशाच पद्धतीने अन्य एक अंकी संख्यांचे लॉग लिहितात.

उदा. एक अंकी संख्या 2,5 आणि 8 चे लॉग ----

Log (2) = 0.3010

Log (5) = 0.699

Log (8) = 0.9031

एक अंकी संख्या 4 चा ‘लॉग अपूर्णांक’ (mantissa) लॉग सारणीच्या (log table) सहाय्याने पाहण्यासंदर्भात सविस्तरपणे माहिती घेतली. जर ‘4’ ह्या संख्येच्या संदर्भात विविध संख्यामध्ये खालीलप्रमाणे किमती असतील तरीही .6021 हा लॉग सारणीतील (log table) किमतीचा भाग ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) बदलत नाही, मात्र लक्षणांकामध्ये बदल होतो.

1. 40000

   Log (40000) = 4.6021
2. 400 log (400) = 2.6021
3. 0.4 log (0.4) = $\bar{1}.6021$
4. 0.04 log (0.04) = $\bar{2}.6021$
5. 0.0004 log (0.0004) = $\bar{4}.6021$

लॉग सारणीच्या (log table) संदर्भात गट

‘अ’	‘ब’
40	0

दोन अंकी संख्यांचे ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa)

दोन अंकी संख्यांचे ‘लॉग अपूर्णांक’(Mantissa), लॉग सारणीमध्ये (log table) पाहण्यासंदर्भात वरील माहितीच्या अनुषंगाने संख्येचे तीन गट कसे करावयाचे? अशा उदाहरणांमध्येही संख्येचे तीन गट करण्याची आवश्यकता नाही तसेच हे तीन गट करताही येणार नाहीत. उदा. 75 ह्या संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) पाहावयाचा आहे. ही संख्या 75 चा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) लॉग सारणीमध्ये (log table) पाहताना, लॉग सारणीच्या पहिल्या स्तंभामधील (लॉग सारणीचा भाग/गट ‘अ’) 75 ह्या संख्येच्या पुढे सलग आडव्या ओळीमध्ये लॉग सारणीच्या भाग/गट ‘ब’ मधील ‘0’ ह्या स्तंभामध्ये जी संख्या आहे ती संख्या, 75 ह्या संख्येचा लॉग Mantissa किंवा लॉग अपूर्णांक असेल. येथे ही संख्या .8751 आहे.

$$\therefore \log(75) = 1.8751$$

[दोन अंकी संख्येचे ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) पाहण्यासंदर्भात लॉग सारणीच्या गट/भाग ‘क’ बाबत विचार करण्याची आवश्यकता नाही.]

वरील माहिती प्रमाणे आणखी काही दोन अंकी संख्यांचे ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa)------

1. Log (19) = 1.2788
2. Log (14) = 1.1461
3. Log (45) = 1.6532
4. Log (21) = 1.3222

तीन अंकी संख्यांचे ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa)

तीन अंकी संख्यांचे ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) लॉग सारणीमध्ये (log table) पाहण्यासंदर्भात वरील माहितीच्या अनुषंगाने संख्येचे तीन गट कसे करावयाचे ? तीन अंकी संख्याचे ‘लॉग अपूर्णांक’ किंवा Mantissa पाहताना संख्यांचे तीन गट/भाग करता येणार नाहीत.

तीन अंकी संख्यांचे ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) लॉग सारणीमध्ये (log table) पाहण्याबाबत दिलेल्या माहितीच्या अनुषंगाने संख्येचे दोन भाग/गट ‘अ’ आणि ‘ब’ होतात. गट ‘अ’ हा दोन अंकी आणि गट ‘ब’ हा एक अंकी होऊन संख्येमध्ये चौथ्या अंकाअभावी गट ‘क’ करता येणार नाही.

उदा. तीन अंकी संख्या 546 चा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) लॉग सारणीमध्ये (log table) पाहताना संख्येचे गट ‘अ’ 54 आणि गट ‘ब’ 6 होतात. तेव्हा 546 ह्या संख्येचा ‘लॉग अपूर्णांक’ (Mantissa) पाहताना लॉग सारणीच्या (log table) पहिल्या स्तंभामध्ये (गट ‘अ’) 54 ह्या संख्येपुढे सलग आडव्या ओळीमध्ये लॉग सारणीचा गट ‘ब’ मधील 6 ह्या स्तंभामध्ये 7372 ही संख्या आहे.

$\therefore$ log (546) = 2.7372

वरील माहितीप्रमाणे आणखी काही तीन अंकी संख्यांचे लॉग -------

Log (888) = 2.9484

Log (275) = 2.4393

Log (119) = 2.0755

वरील सर्व माहितीच्या आधारे कोणत्याही संख्यांचे लॉग लिहिता येतील.

1.6 अँटिलॉगची संकल्पना, अँटिलॉग सारणी - Antilog Table

अँटिलॉगची संकल्पना आणि अँटिलॉग पाहण्याची पद्धत :

- प्रथमतः अँटिलॉग संकल्पनेबाबत थोडक्यात माहिती घेऊ.

ज्याप्रमाणे Clockwise म्हणजे घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने आणि Anticlockwise म्हणजे घड्याळाच्या काट्याच्या विरुद्ध किंवा उलट दिशेने, हा संदर्भ आपल्याला माहिती आहेच. त्या अनुषंगाने Clockwise म्हणाल्यानंतर 12 नंतर 1,2,3,4,5…. अंतिमतः पुन्हा 12 तसेच Anticlockwise म्हणाल्यानंतर 12 नंतर 11, 10, 9, 8..... अंतिमतः पुन्हा 12 हा क्रम समोर येतो.

अगदी असेच संदर्भ संख्येच्या लॉग-अँटिलॉग बाबत आहेत. संख्येच्या लॉगची संकल्पना पाहताना पान क्र. 05 वरील संदर्भानुसार ------

$\text{Log}_{10}(100) = 2.0000$

येथे मिळालेले उत्तर 2.0000 चा अँटिलॉग पाहिला, तर 100 मिळते.

$\text{Antilog}\ (2.0000) = 1.0000 \times 10^2$

$\therefore\ \text{Antilog}\ (2.0000) = 100$

हा अँटिलॉग, अँटिलॉग सारणीमध्ये कशा पद्धतीने पाहावयाचा ह्या संदर्भात सविस्तर माहीती पुढील भागामध्ये दिली आहे.

विविध प्रकारच्या Calculations मध्ये गणिताची उकल किंवा उत्तर मिळविण्यासाठी Calculations च्या अंतिम टप्प्यामध्ये प्राप्त (शेवटच्या पायरीपूर्वी) संख्येचा अँटिलॉग पाहणे अपरिहार्यच आहे. तेव्हा अँटिलॉग सारणी (Anti-log Table) तसेच संख्यांचे अँटिलॉग पाहण्याच्या पद्धतीबाबत माहिती घेऊ.

लॉग सारणीप्रमाणेच (log table), अँटिलॉग सारणीही (Antilog table) तीन गटामध्ये विचारात घ्यावयाची असते. हे तीन गट/भाग ‘अ’, ‘ब’ आणि ‘क’ गट खालीलप्रमाणे आहेत.

I. अँटिलॉग सारणीतील (Antilog Table) पहिला गट ‘अ’ हा अँटिलॉग सारणीतील पहिला स्तंभ; ज्यामध्ये .00,.01, .02, .03, ... .99 (किंवा .00 ते .99) हे दशांश स्वरुपातील अंक आहेत.

II. अँटिलॉग सारणीतील (Antilog Table) दुसरा गट ‘ब’ हा असून; ह्यामध्ये एकूण 10 स्तंभाचा (अनुक्रमे 0,1,2,3,4,…..9) स्तंभाचा समावेश आहे.

III. अँटिलॉग सारणीतील (Antilog Table) तिसरा गट/भाग ‘क’ असून; ह्यामध्ये एकूण 9 स्तंभाचा (अनुक्रमे 1,2,3,4,…..9) समावेश आहे. अँटिलॉग सारणीतील ह्या भागाला Mean Difference असेही संबोधन आहे.

(पुढिल पेज वरील अँटिलॉग सारणी पाहा)

ANTILOG TABLE

गट

‘अ’	‘ब’	‘क’

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
.00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
.40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
.43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
.49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

अँटिलॉग सारणीबाबत (Antilog Table) थोडक्यात माहिती घेतल्यानंतर संख्यांचे अँटिलॉग, अँटिलॉग सारणीच्या सहाय्याने पाहण्याबाबत माहिती घेऊ.

विविध प्रकारचे गणन – Calculations उदा. गुणाकार, भागाकार, घातांक, वर्गमूळ, घनमूळ .... इ. लॉगच्या सहाय्याने करताना गणिताचे उत्तर मिळविण्यासाठी Calculations च्या अंतिम टप्प्यामध्ये (शेवटच्या पायरीपूर्वी) संख्येचा अँटिलॉग पाहणे आवश्यक आहे.

आपल्याला ज्या संख्येचा अँटिलॉग पाहावयाचा आहे, त्या संख्येमध्ये दशांश चिन्हापूर्वीची संख्या ही लक्षणांक असते. त्यामुळे संख्येचा अँटिलॉग पाहताना दशांश चिन्हाच्या पुढे किंवा उजवीकडील सलग चार संख्या विचारात घ्या आणि अँटिलॉग सारणीतील तीन भाग/गटानुसार ह्या दशांश चिन्हापुढील सलग चार संख्यांचे तीन गट करण्याबाबत तसेच अँटिलॉग सारणीचा (Antilog Table) उपयोग करून संख्येचा अँटिलॉग पाहण्याबाबत एक उदाहरण सविस्तर पाहू.

उदा. 2.0535 ह्या संख्येचा अँटिलॉग पाहावयाचा आहे.

(हा संदर्भ मागच्या पानावरील Antilog Table मध्ये दाखवला आहे.)

प्रस्तुत संख्येमध्ये दशांश चिन्हाच्या डावीकडील संख्या 2 ही लक्षणांक आहे. संख्येमध्ये दशांश चिन्हाच्या उजवीकडे .0535 हे अंक असून संख्येचा अँटिलॉग पाहण्याबाबत दिलेल्या माहिती नुसार ‘अ’ गट .05 असून ‘ब’ गटामध्ये 3 आणि ‘क’ गटामध्ये 5 ही संख्या आहे. तेव्हा अँटिलॉग सारणीमध्ये (Antilog Table) 2.0535 ह्या संख्येचा अँटिलॉग पाहताना, अँटिलॉग सारणीमधील (Antilog Table) पहिल्या स्तंभामधील (‘अ’ गट) .05 संख्येपुढे सलग (किंवा सरळ) आडव्या ओळीमध्ये दुसऱ्या गट ‘ब’ (प्रस्तुत संख्येमध्ये गट ‘ब’ = 3) मधील 3 च्या स्तंभामधील संख्या वेगळी नोंदवा. येथे ही संख्या 1130 आहे. ह्याच ओळीमध्ये पुढे सलग तिसऱ्या एक अंकी गट/भाग ‘क’ मधील (प्रस्तुत संख्येमध्ये गट ‘क’ = 5) 5 च्या स्तंभामध्ये येणारी संख्या येथे, ही संख्या 1 आहे; ही संख्या अगोदर वेगळया नोंदवलेल्या संख्येमध्ये मिळवा किंवा त्यांची बेरीज करा.

1130
+ 1
1131

ही प्राप्त संख्या आपल्या गणिताची उकल किंवा उत्तराचा एक भाग आहे; परंतु अचूक उत्तर मिळवण्यासाठी संख्येमध्ये दशांश चिन्ह कोणत्या स्थांनानंतर किंवा स्थळांनंतर द्यावयाचे ? तसेच आपण ज्या संख्येचा अँटिलॉग पाहिला आहे त्या संख्येमधील दशांश चिन्हापूर्वीची संख्या, अर्थात लक्षणांकाबाबत काय करावयाचे? सदरील दोन्ही प्रश्नांच्या उत्तरासंदर्भात सुलभ पद्धत खालीलप्रमाणे आहे.

संख्येचा अँटिलॉग पाहून मिळालेल्या संख्येमध्ये (येथे ही संख्या 1131 आहे) डावीकडून प्रथम किंवा पहिल्या स्थळांनंतर दशांश चिन्ह लिहावे. तसेच ज्या संख्येचा अँटिलॉग पाहिला आहे, त्या संख्येमधील लक्षणांक संख्या ही मिळालेल्या अँटिलॉग संख्येपुढे गुणाकाराच्या स्वरुपामध्ये 10 च्या घातांक स्वरुपात लिहावा.

$$\therefore \text{Antilog}\ (2.0535) = 1.131 \times 10^2$$

$$= 113.1$$

** एक खूपच महत्वपूर्ण संदर्भ आवर्जून लिहिणे अपरिहार्य आहे, तो हा की ज्या संख्येचा अँटिलॉग पाहात आहोत, त्या संख्येचा लक्षणांक जर शून्य असेल तर हा लक्षणांक गुणाकारामध्ये 10 च्या घातांक स्वरुपात लिहिण्याची आवश्यकता नाही.

(लक्षणांक संदर्भात तसेच प्राप्त अँटिलॉग संख्येमध्ये दशांश चिन्ह देण्याबाबत आणखी एक पद्धत आहे, ज्या पद्धतीमध्ये अँटिलॉग पाहात आहोत त्या संख्येतील लक्षणांक संख्येमध्ये एक मिळवले जाते आणि प्राप्त अँटिलॉग संख्येमध्ये डावीकडून तितक्या संख्या मोजून त्या स्थानानंतर दशांश चिन्ह लिहिले जाते.

वरील उदाहरणामध्ये लक्षणांक 2 आहे. 2 मध्ये 1 मिळविले की 3 मिळते, त्यामुळे प्राप्त अँटिलॉग संख्येमध्ये उत्तरासंदर्भात डावीकडून 3 स्थळांनंतर दशांश चिन्ह लिहावे.

$\therefore$ Antilog (2.0535) = 113.1

आपणास जी पद्धत सुलभ वाटेल त्या पद्धतीचा अवलंब करावा; परंतु कोणत्याही एकाच पद्धतीचा उपयोग करावा.)

वरील माहितीच्या आधारे काही संख्यांचे अँटिलॉग खालीलप्रमाणे मिळतील.

1} 3.7008 Antilog (3.7008) $= 5.021 \times 10^3$

$= 5021$

2} $\bar{1}.3502$ Antilog ($\bar{1}.3502$) $= 2.240 \times 10^{-1}$

$= 0.2240$

3} $\bar{2}.5058$ Antilog ($\bar{2}.5058$) $= 3.205 \times 10^{-2}$

$= 0.03205$

4} 0.9141 Antilog (0.9141) $= 8.206$

उदाहरण क्र. 4 मध्ये संख्या 0.9141 मध्ये लक्षणांक 0 आहे, त्यामुळे संख्येचा अँटिलॉग पाहिल्यानंतर अन्य उदाहरणांप्रमाणे हा लक्षणांक गुणाकार स्वरूपामध्ये 10 च्या घातांक स्वरुपात लिहिण्याची आवश्यकता नाही.

अशा प्रकारचे आणखी एक उदाहरण पाहू.

5} 0.2151 Antilog (0.2151) = 1.641

ह्या सविस्तर माहितीच्या आधारे आपण कोणत्याही संख्येचा अँटिलॉग, अँटिलॉग सारणीच्या (Antilog Table) सहाय्याने लिहू शकतो.

1.7 सारांश

ह्या प्रकरणामध्ये संख्यांच्या लॉगची संकल्पना, त्या अनुषंगाने संख्यांचे 'लॉग' संदर्भात लक्षणांक तसेच लॉग अपूर्णांक अर्थात Mantissa बाबत खूपच सविस्तर माहिती उदाहरणासह स्पष्ट केली आहे. हे स्पष्टीकरण देत असताना खूपच सूक्ष्म बाबी विचारात घेतल्या आहेत.

संख्यांच्या लॉगच्या संकल्पनेप्रमाणेच अँटिलॉगची संकल्पनाही थोडक्यात स्पष्ट करून संख्यांचे अँटिलॉग, अँटिलॉग सारणी (Antilog Table) वापरून कशा पद्धतीने लिहितात? ही माहितीही खूपच सुलभ स्वरुपात देण्यात आली आह.

पुढील प्रकरणामध्ये ह्या माहितीचा वापर करून; लॉगच्या सहाय्याने संख्यांचे गुणाकार, भागाकार, विविध घातांक, वर्गमूळ, घनमूळ.... इ. Calculations कशा पद्धतीने करावयाचे ? ह्याबाबत सविस्तर माहिती दिली आहे.

प्रकरण क्र. 2

‘लॉग’वर आधारित कॅल्क्युलेशन्स

2.1 प्रस्तावना

प्रस्तुत पुस्तकामध्ये मुख्य आशय ‘लॉग’वर आधारित कॅल्क्युलेशन्स हा आहे. त्या अनुषंगाने अपेक्षित पूर्वज्ञान स्वरुपाची माहिती त्यामध्ये लॉग-अँटिलॉगची संकल्पना, ‘लॉग’ संदर्भात संख्यांचे लक्षणांक, संख्यांचे लॉग-अँटिलॉग अनुक्रमे लॉग सारणी आणि अँटिलॉग सारणीमध्ये पाहून लिहिणे इ. बाबत सविस्तर आणि सोदाहरण स्वरुपात स्पष्टीकरण प्रकरण क्र. 1 मध्ये दिले आहे. हे संदर्भ ‘लॉग’ च्या सहाय्याने कॅल्क्युलेशन्स करताना विविध पायऱ्यांवर उपयुक्त ठरतात.

2.2 ‘लॉग’वर आधारित कॅल्क्युलेशन्स

‘लॉग’च्या सहाय्याने विविध प्रकारचे Calculations,उदा. गुणाकार, भागाकार, विविध घातांक, वर्गमूळ, घनमूळ.... इ. स्वरूपाच्या Problems ची उकल अत्यंत सुलभ पद्धतीने आणि अचूक करता येते. हे सर्व Calculations करताना काही नियमांचा अवलंब केला जातो हे नियम खालीलप्रमाणे आहेत.

(a, b, c, d, x, y, p, q…….इ. चल संख्या आहेत.)

1) संख्यांचे गुणाकार ----

$$a \times b \times c \times d$$

लॉग घेताना ----

$$\text{Log}(a) + \log(b) + \log(c) + \log(d)$$

2) संख्यांचे भागाकर ----

$\frac{a}{b}$ लॉग घेताना

$$\log(a) - \log(b)$$

3) संख्यांचे घातांक ----

a^y लॉग घेताना

$$y \times \log(a)$$

4) संख्यांचे गुणाकार आणि भागाकार ----

$$\frac{a \times b \times c}{d \times e}$$

लॉग घेताना

[log(a) + log(b) + log(c)] – [log (d) + log e]

5) $\sqrt{a}$ a ही चल संख्या आहे. a चे वर्गमूळ आणि हे घातांक स्वरुपात खालीलप्रमाणे लिहितात.

$$\sqrt{a} = a^{1/2}$$

लॉग घेताना $\frac{1}{2} \times \log(a)$

6) $\sqrt[7]{a^3}$

प्रस्तुत गणितामध्ये a चा घन करावयाचा असून प्राप्त उत्तराचे 7 वे मूळ काढावयाचे आहे. हे घातांक स्वरूपात खालीलप्रमाणे लिहितात.

$$\sqrt[7]{a^3} = a^{3/7}$$

लॉग घेताना

$$\frac{3}{7}\log(a)$$

वरील नियमांचा उपयोग करून पुढील भागामध्ये लॉगच्या सहाय्याने काही Problems सोडवले आहेत.

2.2.1 Problems

Problem No 1:

$$96.09 \times 25.37 \times 0.0861 = ?$$

समजा

$$\chi = 96.09 \times 25.37 \times 0.0861$$

दोन्ही बाजूंचे लॉग घेऊ ----

(तसेच संख्यांचे गुणाकार लॉगच्या सहाय्याने करण्यासाठी दिलेल्या पान क्र. 24 वरील नियम क्र. 1 नुसार)

Log (χ) = log (96.09) + log (25.37) + log(0.0861)

Log (χ) = 1.9827+1.4043+ $\bar{2}$.9350

Log(χ) = 2.3220

आपण 3 संख्यांचा गुणाकार χ गृहीत धरला आहे. त्या अनुषंगाने ह्यानंतरच्या पायरीमध्ये χ ची किंमत (उत्तर) मिळविण्यासाठी 2.3220 ह्या संख्येचा अँटिलॉग पाहणे आवश्यक आहे.

χ = Antilog (2.3220)

$\chi = 2.099 \times 10^2$

χ = 209.9

$\therefore$ 96.09×25.37×0.0861= 209.9

प्रस्तुत उदाहरणामध्ये तीन संख्यांचा गुणाकार आणि त्या अनुषंगाने ‘लॉग’च्या सहाय्याने सोडवताना तीन संख्यांच्या लॉग ची बेरीज अचूक आली पाहिजे. त्यासाठी बेरीज करताना तिन्ही संख्यांच्या लॉगची उभ्या स्वरुपात मांडणी करून बेरीज करावी.

‘लॉग’ संदर्भात संख्यांच्या लक्षणांकाची बेरीज त्याखाली स्वतंत्रपणे करून दाखवली आहे.

हातचे → 2 111

	1.9827
+	1.4043
+	$\bar{2}$.9350
	2.3220

‘लॉग’ संदर्भात संख्यांच्या लक्षणांकाची बेरीज = (+2) + 1+ 1+ $\bar{2}$ = 2

Problem No 2:

$$\frac{1.0132}{1.04} = ?$$

समजा $\chi = \frac{1.0132}{1.04}$

दोन्ही बाजुंचे लॉग घेऊ----

(तसेच दोन्ही संख्यांचे भागाकार लॉगच्या सहाय्याने करण्यासाठी दिलेल्या पान क्र. 24 वरील नियम क्र. 2 नुसार)

log (χ) = log (1.0132) – log (1.04)

log (χ) = 0.0055 – 0.0170

प्रस्तुत उदाहरणामध्ये लहान संख्येमधून मोठी संख्या वजा करताना अगदी डावीकडून (दशांश चिन्हापूर्वीची संख्या अर्थात लक्षणांक) दशक सुटा करताना (-1) घ्यावे लागते. परिणामी प्राप्त वजाबाकीच्या संख्येचा लक्षणांक $\bar{1}$ मिळतो.

वजाबाकी अचूकपणे करण्यासाठी संख्या उभ्या स्वरुपात लिहून करावी.

दशक सुटा केलेले संदर्भ

$$
\begin{array}{rr}
 & -1\;99 \\
 & \cancel{0}.\cancel{0}\cancel{0}{}_{1}55 \\
- & 0.01\;70 \\
\hline
 & = \bar{1}.9885 \\
\hline
\end{array}
$$

$$\text{Log}\ (\chi) = \bar{1}.9885$$

आपण दोन संख्यांचा भागाकार 'χ' गृहीत धरला आहे त्या अनुषंगाने ह्या नंतरच्या पायरीमध्ये χ ची किंमत मिळवण्यासाठी $\bar{1}.9885$ ह्या संख्येचा अँटिलॉग पाहणे आवश्यक आहे.

$$\chi = \text{Antilog}\ (\bar{1}.9885)$$

$$\chi = 9.738 \times 10^{-1}$$

$$\chi = 0.9738$$

$$\therefore \frac{1.0132}{1.04} = 0.9738$$

Problem No 3:

$$\frac{0.006809 \times 0.0109 \times 29.99 \times 786.2}{0.008909 \times 0.09001 \times 58.91 \times 419.1 \times 65.09} = ?$$

समजा $\chi = \frac{0.006809 \times 0.0109 \times 29.99 \times 786.2}{0.008909 \times 0.09001 \times 58.91 \times 419.1 \times 65.09} = ?$

दोन्ही बाजूचे लॉग घेऊ (तसेच दोन्ही संख्यांचे भागाकार लॉगच्या सहाय्याने करण्यासाठी दिलेल्या पान क्र. 24 वरील नियम क्र. 4 नुसार)

$$\text{Log}\ (\chi) = [\log(0.006809) + \log(0.0109) + \log(29.99) + \log(786.2)]$$

$$- [\log(0.008901) + \log(0.09001) + \log(58.91) + \log(419.1) + \log(65.09)]$$

$$\text{Log}(\chi) = [\bar{3}.8331 + \bar{2}.0374 + 1.4770 + 2.8955]$$

$$- [\bar{3}.9494 + \bar{2}.9542 + 1.7702 + 2.6223 + 1.8135]$$

Log (χ) = 0.2430-3.1096

ही वजाबाकी उभ्या स्वरुपात मांडणी करून -----

दशक सुटा केलेले संदर्भ

$$\begin{array}{r} 312 \\ \hline 0.2\,\cancel{4}\,{}_{1}\cancel{3}\,{}_{1}0 \\ -\,3.1\,0\,9\,6 \\ \hline =\bar{3}.\,1\,3\,3\,4 \end{array}$$

$$\text{Log }(\chi) = \bar{3}.1334$$

$$\chi = \text{Antilog }(\bar{3}.1334)$$

$$= 1.359\times10^{-3}$$

$$= 0.001359$$

(प्रस्तुत Problem मध्ये अंश स्थानी 4 संख्यांचा आणि छेद स्थानी 5 संख्यांचा गुणाकार आहे. त्या अनुषंगाने संख्यांच्या लॉगसंदर्भात एका कंसामध्ये चार संख्याची बेरीज आहे आणि दुसऱ्या कंसामध्ये पाच संख्यांची बेरीज आहे. दोन्ही कंसातील काही संख्यांचे ('लॉग' संदर्भात) लक्षणांक धन तर काही संख्याचे ('लॉग' संदर्भात) लक्षणांक ऋण आहेत. तेव्हा बेरीज अचूकपणे करण्यासाठी संख्याची मांडणी उभ्या स्वरुपात लिहूनच करावी.)

$$\therefore \frac{0.006809 \times 0.0109 \times 29.99 \times 786.2}{0.008901 \times 0.09001 \times 58.91 \times 419.1 \times 65.09} = 0.001359$$

Problem No 4:

$$\sqrt{0.0009299} = ?$$

संख्यांचे वर्गमूळ लॉगच्या सहाय्याने काढण्याबाबत दिलेल्या पान क्र. 25 वरील नियम क्र. 5 नुसार -----

$$\sqrt{0.0009299} = (0.0009299)^{1/2}$$

$$\text{समजा } \chi = (0.0009299)^{1/2}$$

दोन्ही बाजूंचे लॉग घेऊ -----

$$\text{Log}(\chi) = \frac{1}{2}\log(0.0009299) \text{ – step 1}$$

$$\text{Log}(\chi) = \frac{1}{2} \times \bar{4}.4684 \quad \text{- step 2}$$

हा Problem थोडासा वेगळ्या पद्धतीने सोडवला आहे.

येथे $\bar{4}.9684$ ही संख्या अंशतः ऋण (PARTIAL NEGATIVE अर्थात अंशतः ऋण संख्या मोठी, पूर्णांक आणि प्रस्तुत संख्येमध्ये -4 किंवा $\bar{4}$ आहे) आणि अंशतः धन (PARTIAL POSITIVE अर्थात अंशतः धन संख्या एक पेक्षा लहान, अपूर्णांक आणि प्रस्तुत संख्येमध्ये 0.9684 आहे.) अशा स्वरुपात आहे. त्यामुळे $\bar{4}.9684$ ला 2 ह्या संख्येने भागाकार करणे शक्य होणार नाही. हा भागाकार सुलभ होण्यासाठी $\bar{4}.9684$ संख्येला खालीलप्रमाणे पूर्ण ऋण संख्येमध्ये रूपांतरित करा.

$\bar{4}.9684$

$\bar{4}$
ऋण संख्या मोठी
पूर्णांक (-4)

0.9684
धन संख्या एक पेक्षा
लहान (अपूर्णांक)
(0.9684)

तेव्हा ह्या दोन्ही संख्यांची एकूण बेरीज ऋण संख्या मिळेल; परंतु येथे ही बेरीज कशा पद्धतीने मिळवणार? कारण मोठ्या पूर्णांक संख्येमधून एक पेक्षा लहान, दशांश स्वरुपातील धन संख्या वजा करता येणार नाही. ह्यासाठी मोठ्या ऋण संख्येला (तात्पुरते) धन गृहीत धरून त्यामधून लहान धन अपूर्णांक संख्या वजा करून मिळालेली वजाबाकी पूर्ण ऋण संख्या स्वरुपात विचारात घ्यावी.

$\bar{4}.9684$
(ऋण) (धन)

वरील परिच्छेदानुसार
4.0000 - 0.9684
=3.0316

$\therefore \ \bar{4}.9684 = -3.0316$ → $\boxed{A}$

प्रस्तुत गणितामधील step 2 आणि वरील चौकोनातील संदर्भ A नुसार -----

$$\log(\chi) = \frac{1}{2} \times \bar{4}.9684$$

$$\log(\chi) = \frac{1}{2} \times -3.0316$$

$$\log(\chi) = -1.5158$$

आपण 0.0009299 ह्या संख्येचे वर्गमूळ χ गृहीत धरले आहे. त्या अनुषंगाने χ ची किंमत मिळवण्यासाठी -1.5158 ह्या संख्येचा अँटिलॉग पाहणे आवश्यक आहे.

$\therefore \chi$ = Antilog (-1.5158) --- Step (3)

परंतु (-1.5158) ही पूर्ण ऋण संख्या आहे. त्यामुळे पूर्ण ऋण संख्येचा अँटिलॉग पाहता येणार नाही. त्यासाठी ही संख्या अंशतः ऋण (Partial Negative) आणि अंशतः धन (Partial Positive) स्वरुपात रूपांतरित करावी आणि हे रुपांतरण करण्याची पद्धत खालीलप्रमाणे आहे.

$$-1.5158$$

$$= -1 \qquad -0.5158$$

ह्या नंतरच्या पायरीमध्ये संख्येमध्ये 1 मिळवा आणि 1 वजा करा.

$$= -1-1+1-0.5158$$

बेरीज आणि वजाबाकी खालीलप्रमाणे आहे.

-1 -1	1.0000 -0.5158
= -2	0.4842

$$= (-2)+0.4842$$

$$= \bar{2}.4842$$

$\boxed{\therefore -1.5158 = \bar{2}.4842}$ → $\boxed{B}$

वरील Step 3 आणि चौकोनातील संदर्भ B नुसार ---

$$\chi = \text{Antilog}\ (-1.5158)\ \text{----Step (3)}$$

$$\chi = \text{Antilog}\ (\bar{2}.4842)$$

$$\chi = 3.049\times10^{-2}$$

$$\chi = 0.03049$$

$$\therefore \sqrt{0.0009299} = 0.03049$$

वरील उदाहरणामध्ये step (A) मध्ये $\bar{4}.9684$ ह्या अंशतः ऋण आणि अंशतः धन संख्येचे पूर्ण ऋण संख्येमध्ये रुपांतर कशा पद्धतीने केले, हे सविस्तरपणे स्पष्ट केले आहे.

हा संदर्भ आणखी सुलभ स्वरुपात आकलन होण्याच्या दृष्टिकोनातून एक व्यवहारातील उदाहरण पाहू. समजा आपण एखाद्या व्यक्तिकडून 5 रु. उसने घेतले, तेव्हा आपल्याकडे 5 रु. प्राप्त झालेही; परंतु हे अगदी अचूकपणे सांगावयाचे तर (-5 रु.) आहेत. हे उसने घेतलेले 5 रु. परत करणे क्रमप्राप्तच आहे. हे 5 रु. परत करताना काही टप्प्यांमध्ये परत केले असे गृहीत धरा. प्रथमतः 5 रु. पैकी केवळ 25 पैसे परत केले तर आणखी किती रुपये देणे बाकी राहतील, अर्थात 4 रु. 75 पैसे किंवा रु. 4.75 तेव्हा अगोदर 5 रु. उसने घेतल्यामुळे आपल्याकडे (-5 रु.) होते आणि त्यापैकी 25 पैसे परत केल्यामुळे आपल्याकडे आणखीही –4.75 रु. आहेत. (अर्थात बाकी परत करावयाचे) हे खालीलप्रमाणे मिळते.

मोठ्या किमतीच्या ऋण संख्येतून (5) लहान धन संख्या वजा करता येणार नाही म्हणून तात्पुरते हे 5 धन गृहीत धरा आणि त्यामधून 25 पैसे अर्थात 0.25 रु. वजा करा.

5.00
- 0.25
= 4.75

$$\therefore\ \bar{5}.25 = -4.75$$

अशा पद्धतीने अंशतः ऋण (ऋण संख्या पूर्णांक, मोठी) आणि अंशतः धन (धन संख्या अपूर्णांक, एक पेक्षा लहान) संख्येचे पूर्ण ऋण संख्येमध्ये रुपांतरण केले जाते.

गणित क्र. 4 ची उकल करताना अंशतः ऋण (Partial Negative- ऋण संख्या मोठी, पूर्णांक) आणि अंशतः धन (Partial Positive धन संख्या ही अपूर्णांक तसेच एक पेक्षा लहान) संख्येचे पूर्ण ऋण संख्येमध्ये रुपांतरण करण्याची पद्धत खूपच महत्वपूर्ण आहे.

प्रस्तुत Problem च्या उकल प्रक्रियेमध्ये आलेला आणखी एक खूपच महत्वपूर्ण संदर्भ, शेवटच्या पायरीपूर्वी गणिताचे उत्तर मिळविण्यासाठी संख्येचा अँटिलॉग पाहता येणार नाही. तेव्हा ह्या पूर्ण ऋण संख्येचा अँटिलॉग पाहण्यासाठी पूर्ण ऋण संख्येचे अंशतः ऋण (Partial Negative) आणि अंशतः धन (Partial Positive) संख्येमध्ये रुपांतरण करण्याची पद्धत सविस्तरपणे माहिती असावयास हवीच.

पुढील भागामध्ये काही Problems मध्ये हे संदर्भ आले आहेत. तेंव्हा त्या टप्प्यांवर हे संदर्भ सविस्तरपणे अवश्य पाहावे.

Problem No 5:

$$\sqrt[7]{0.0009299} = \ ?$$

प्रस्तुत Problem मध्ये 0.0009299 ह्या संख्येचे 7 वे मूळ काढावयाचे आहे. त्या अनुषंगाने हे खालीलप्रमाणे घातांक स्वरुपात लिहून, लॉगच्या सहाय्याने सोडवताना दिलेल्या पान क्र. 25 वरील नियम क्र. 6 नुसार ----

$$\sqrt[7]{0.0009299} = (0.0009299)^{\frac{1}{7}}$$

समजा

$$\chi = (0.0009299)^{\frac{1}{7}}$$

दोन्ही बाजुंचे लॉग घेऊ ---

$$\text{Log}\ (\chi) = \frac{1}{7}\log(0.0009299)$$

(पुढील पायऱ्यांसंदर्भात मागच्या Problem मधील संदर्भ अवश्य पाहावे.)

$$\log(\chi) = \frac{1}{7} \times \ \bar{4}.9684$$

$$\log(\chi) = \frac{1}{7} \times \ -3.0316$$

$$\log(\chi) = \ -0.4330$$

$$\chi = \text{Antilog}\ (-0.4330)$$

$$\chi = \text{Antilog}\ (\ \bar{1}.567)$$

$$\chi = 3.69\times10^{-1}$$

$$\chi = 0.369$$

$$\therefore \sqrt[7]{0.0009299} = 0.369$$

वरील Problem मध्ये -0.4330 = $\bar{1}.567$ खालीलप्रमाणे मिळाले आहे.

$$-0.433$$

$$-0 \quad -0.433$$

संख्येमध्ये 1 मिळवा आणि 1 वजा करा.

$$\underline{-0-1} + \underline{1-0.433}$$

$$(-1) + 0.567$$

$$\bar{1}.567$$

$$\therefore -0.433 = \bar{1}.567$$

काही वेळा Calculations संदर्भात अधिकाधिक काठिण्य पातळी असणारे Problems ही येतात. असेच काही Problems पुढील भागामध्ये सोडवून दाखवले आहेत.

Problem No 6:

$$\sqrt[7]{(0.0009299)^3} = ?$$

प्रस्तुत Problem मध्ये 0.0009299 ह्या संख्येचा घातांक 3 असून पुन्हा त्या संदर्भात 7 वे मूळ काढावयाचे आहे. त्या अनुषंगाने हे खालीलप्रमाणे लिहून लॉगच्या सहाय्याने सोडवताना दिलेल्या पान क्र. 25 वरील नियम क्र. 6 नुसार.

$$\sqrt[7]{(0.0009299)^3} = (0.0009299)^{\frac{3}{7}}$$

$$\text{समजा } \chi = (0.0009299)^{\frac{3}{7}}$$

दोन्ही बाजूंचे लॉग घेऊ ----

$$\text{Log}\ (\chi) = \frac{3}{7}\log(0.0009299)$$

$$\text{Log}\ (\chi) = \frac{3}{7}\times \bar{4}.9684$$

$$\text{Log}\ (\chi) = \frac{\overline{10}.9052}{7}$$

(वरील पायरीमध्ये 3× $\bar{4}.9684$ हा गुणाकार करून अंश स्थानी $\overline{10}.9052$ मिळाले आहे. येथे गुणाकार करताना उजवीकडून डावीकडे स्थानांतरित होणारे हातचे धन असल्यामुळे, लक्षणांक $\bar{4}$×3= $\overline{12}$; परंतु हातचे +2 मिळवल्यामुळे एकूण लक्षणांक $\overline{10}$ मिळाला आहे.)

$$\bar{1}0.9052 = -9.0948$$

$$\therefore \log(\chi) = \frac{-9.0948}{7}$$

$$\log(\chi) = -1.2992$$

$$\chi = \text{Antilog}(-1.2992)$$

$$\chi = \text{Antilog}(\bar{2}.7008)$$

$$\chi = 5.021 \times 10^{-2}$$

$$\chi = 0.05021$$

$$\therefore \sqrt[7]{(0.0009299)^3} = 0.05021$$

Problem No 7:

$$\sqrt[3]{4.04 \times 10^{-21}}$$

प्रस्तुत उदाहरण लॉगच्या सहाय्याने सोडवताना ('लॉग' संदर्भात) संख्येचा लक्षणांक कसा लिहावयाचा? येथे 4.04 ह्या संख्येला 10^{-21} ने गुणाकार केला आहे. तेव्हा ('लॉग' संदर्भात) संख्येचा लक्षणांक लिहिण्याबाबत सुलभ पद्धत पाहू.

जर 4.04 ह्या संख्येला 10^{-1} ने गुणाकार केला असेल तर (4.04×10^{-1}) संख्येचा लक्षणांक $\bar{1}$ मिळेल, त्या अनुषंगाने 4.04×10^{-21} ह्या संख्येचा लक्षणांक ('लॉग' संदर्भात) $\overline{21}$ असेल किंवा आहे.

$$\sqrt[3]{4.04 \times 10^{-21}} = (4.04 \times 10^{-21})^{1/3}$$

समजा $\chi = (4.04 \times 10^{-21})^{1/3}$

दोन्ही बाजूंचे लॉग घेऊ. ---

$$\text{Log}(\chi) = \frac{1}{3}\log(4.04 \times 10^{-21})$$

$$\text{Log}(\chi) = \frac{1}{3} \times \overline{21}.6064$$

$$\text{Log}(\chi) = \frac{1}{3} \times -20.3936$$

$$\text{Log}(\chi) = -6.7978$$

$$\chi = \text{Antilog}(-6.7978)$$

$$\chi = \text{Antilog}(\bar{7}.2022)$$

$$\chi = 1.593 \times 10^{-7}$$

$$\therefore \sqrt[3]{4.04 \times 10^{-21}} = 1.593 \times 10^{-7}$$

Problem No 8:

$$\therefore \sqrt{(0.00009119)^5 \times \sqrt[5]{(0.00008149)^3}} = ?$$

प्रस्तुत Problem मध्ये वर्गमूळामध्ये $(0.00008149)^3$ चे 5 वे मूळ असून त्या अनुषंगाने घातांक स्वरूपामध्ये हे लिहिताना $(0.00008149)^{3/10}$ आणि ह्या संदर्भातील उत्तराला गुणाकार स्वरुपात वर्गमूळामध्येच $(0.00009119)^5$ आहे, जे घातांक स्वरूपामध्ये $(0.00009119)^{5/2}$ असे लिहावे लागेल. तेव्हा घातांक स्वरूपामध्ये हे गणित खालीलप्रमाणे लिहिता येईल.

$$\sqrt{(0.00009119)^5 \times \sqrt[5]{(0.00008149)^3}}$$

$$= (0.00009119)^{5/2} \times (0.00008149)^{3/5 \times 2}$$

$$= (0.00009119)^{5/2} \times (0.00008149)^{3/10}$$

समजा

$$\chi = (0.00009119)^{5/2} \times (0.00008149)^{3/10}$$

(घातांक स्वरुपातील Problems मध्ये संख्येचे लॉग घेताना तसेच संख्यांच्या गुणाकार संदर्भामध्ये संख्येचे लॉग घेण्याबाबतच्या नियमानुसार)

दोन्ही बाजूंचे लॉग घेऊ ----

$$\log \chi = \frac{5}{2} \log(0.00009119) + \frac{3}{10} \log(0.00008149)$$

$$\log \chi = \frac{5}{2} \times \ \bar{5}.9599 + \frac{3}{10} \times \ \bar{5}.9111$$

$$\log \chi = \frac{5}{2} \times -4.0401 + \frac{3}{10} \times -4.0889$$

$$\log \chi = 5 \times -2.0200 + 3 \times -0.4088$$

$$\log \chi = -10.1000 + \ -1.2264$$

$$\log \chi = -11.3264$$

$$\chi = Antilog\ (-11.3264)$$

$$\chi = Antilog\ (\ \overline{12}.6736)$$

$$\chi = 4.717 \times 10^{-12}$$

$$\therefore \sqrt{(0.00009119)^5 \sqrt[5]{(0.00008149)^3}} = 4.717 \times 10^{-12}$$

Problem No 9:

$(0.03453)^5 = ?$

समजा $\chi = (0.03453)^5$

(संख्यांचे घातांक स्वरुपातील Problems लॉगच्या सहाय्याने करण्यासाठी दिलेल्या पान क्र. 24 वरील नियम 3 नुसार)

दोन्ही बाजूंचे लॉग घेऊ----

$$\log(\chi) = 5 \times \log(0.03453)^5$$

$$\log(\chi) = 5 \times \log(0.03453)$$

$$\log(\chi) = 5 \times \ \overline{2}.5382$$

$$\log(\chi) = \ \overline{8}.6910$$

$$\chi = Antilog\ (\ \overline{8}.6910)$$

$$\chi = 4.909 \times 10^{-8}$$

$$\chi = 0.00000004909$$

$$\therefore (0.03453)^5 = 0.00000004909$$

प्रस्तुत Problem क्र. 9 मध्ये संख्येचा लॉग = $\overline{2}.5382$ आणि घातांक 5 चा गुणाकार ----

	$\bar{2}.5382$
	× 5
हातचे	= 2141
गुणाकार =	$\bar{8}.6910$

संख्येच्या लॉग सोबत घातांक संख्येने (येथे घातांक 5) गुणाकार करताना डावीकडे स्थानांतरित होणारे ‘हातचे’ धन असतात. संख्येचा लक्षणांक ऋण असेल तर लक्षणांक आणि घातांक संख्येचा गुणाकार ऋण संख्या मिळतो. ह्या ऋण गुणाकार संख्येमधून धन हातचे वजा करून मिळालेली संख्या ही प्राप्त गुणाकार संख्येचा लक्षणांक राहील.

प्रस्तुत उदाहरणामध्ये लक्षणांक $\bar{2}$ आणि घातांक संख्या 5 चा गुणाकार = $\overline{10}$, हातचे +2 आल्यामुळे प्राप्त गुणाकार संख्येचा लक्षणांक $\overline{10}+2= \bar{8}$ मिळाला आहे.

2.3 केवळ लॉग सारणीच्या (Log Table) उपयोगावर आधारित काही महत्वपूर्ण संदर्भ

काही Problems मध्ये केवळ लॉग-अँटिलॉग सारणीचा (Log-Antilog Table) उपयोग केला जातो. उदा. रसायनशास्त्रातील ‘IONIC EQUILIBRIA’ ह्या Topic मध्ये pH आणि pOH वर आधारित Problems मध्ये लॉग- अँटिलॉग सारणीचा उपयोग होतो. हा संदर्भ खालीलप्रमाणे थोडक्यात स्पष्ट केला आहे.

उदाहरणार्थ ----

Problem No 10:

Calculate the H^+ ion concentration in the solution having pH 5.85

We know --- pH = -log [H^+]

परंतु सर्वच Aqueous solutions अर्थात जलीय द्रावणांमध्ये H^+ ions हे पाण्याच्या एका रेणूशी निगडीत असतात. त्यामुळे वरील सूत्रांमध्ये केवळ [H^+] असे लिहिण्याऐवजी [H_3O^+] असे लिहिले जात आहे. pH = -log [H_3O^+]

{ [H_3O^+] = चौकोनी कंसामध्ये H_3O^+ , वाचन concentration of hydronium ion अर्थात H^+ ions }

$$\therefore \ pH = -\log [H_3O^+]$$

किंवा – log $[H_3O^+]$ = pH

-log $[H_3O^+]$ =5.85

log $[H_3O^+]$ = (-5.85)

$[H_3O^+]$ = Antilog (-5.85)

[परंतु पूर्ण ऋण संख्येचा अँटिलॉग पाहता येत नाही. त्यामुळे ही पूर्ण ऋण संख्या, अंशतः ऋण आणि अंशतः धन (Partial Negative & Partial Positive) स्वरुपात रुपांतरीत करून, त्यानंतर संख्येचा अँटिलॉग पाहावा. हे रुपांतरण करण्याची पद्धत Problem क्र.4 मध्ये सविस्तरपणे देण्यात आली आहे.]

$[H_3O^+]$ = Antilog ($\bar{6}$.15)

$[H_3O^+]$ = 1.413×10^{-6} M

किंवा $[H^+]$ = 1.413×10^{-6} M

2.4 'लॉग'वर आधारित Calculations : आणखी काही विशिष्ट संदर्भ -----

'लॉग' सारणीचा उपयोग करून विविध प्रकारचे Calculations सुलभ पद्धतीने करणे शक्य आहे. काही वेळा calculations मध्ये एखाद्या सूत्रामध्येच (Formula) लॉगचे पद (Term) असते. उदा. रसायनशास्त्राच्या Chemical Thermodynamics ह्या Topic मध्ये Maximum work Done चे सूत्र खालीलप्रमाणे आहे.

$$W_{max} = -2.303\ nRT \log \frac{V_2}{V_1}$$

किंवा

$$W_{max} = -2.303 nRT \log \frac{P_1}{P_2}$$

अशा स्वरूपाचे Calculations लॉगच्या सहाय्याने करताना अगोदर $\log\left[\frac{V_2}{V_1}\right]$ किंवा $\log\left[\frac{P_1}{P_2}\right]$ ह्या संदर्भात 'log value' लिहून नंतर मुख्य calculations किंवा सर्व संख्यांचा

गुणाकार करताना सर्व संख्यांचे लॉग घेताना, प्राप्त 'log value' ह्या संख्येचा पुन्हा लॉग घेणे अपरिहार्यच आहे. ह्या संदर्भात एखादे उदाहरण पाहू.

Problem No 11:

Calculate the maximum work done when 2 moles of ideal gas expands isothermally & reversibly at 300k from 20 L to 30 L. (R=8.314 J K^{-1} mol^{-1})

Given data:

$n = 2$ moles

$T = 300k$

$V_1 = 20$ L

$V_2 = 30$ L

We know ------

$$W_{max} = -2.303\ nRT \log \frac{V_2}{V_1}$$

$$= -2.303 \times 2 \times 8.314 \times 300 \times \log \frac{30}{20}$$

$$= -2.303 \times 2 \times 8.314 \times 300 \times \log (1.5)$$

$$= -2.303 \times 2 \times 8.314 \times 300 \times 0.1761$$

[हा गुणाकार 'लॉग'च्या सहाय्याने खालीलप्रमाणे सोडवताना पुन्हा log (1.5) ची किंमत 0.1761 ह्या संख्येचा लॉग सर्व संख्यांच्या लॉग सोबत घेणे क्रमप्राप्त ठरते किंवा अपरिहार्य आहे. ऋण चिन्ह प्राप्त झालेल्या उत्तरामध्ये सामाविष्ट केले आहे.]

एकूण पाच संख्यांचा गुणाकार लॉगच्या सहाय्याने करताना पाचही संख्यांच्या लॉगची बेरीज आणि त्यानंतर उकल अर्थात उत्तर मिळवण्यासाठी अँटिलॉग पाहिला आहे.

अगोदरच्या उदाहरणामध्ये हे गुणाकार, भागाकाराचे संदर्भ χ गृहीत धरून केले आहेत; परंतु येथे असे गृहीत धरले नाही.

Taking log ----

$= \log (2.303) + \log (2) + \log (8.314) + \log (300) + \log (0.1761)$

$= 0.3623 + 0.3010 + 0.9198 + 2.4771 + \bar{1}.2457$

$= 3.3059$

Answer $= \text{Antilog} (3.3059)$

= 2.022×10^3 Joules

= 2022 Joules

$\therefore$ W_{max} = -2022 Joules

Problem No 12:

The rate constant of first order reaction is 0.0007 S^{-1}. If the initial concentration of the reactant is 0.08 mol. dm^{-3}, what concentration will remain after 35 minutes?

$[A]_0$ =0.08 mol. dm^{-3}

= 35 min

= 2100 sec.

$[A]_t$ =?

We know ------

$$k= \frac{2.303}{A} \log \frac{[A]_0}{[A]_t}$$

$$log \frac{[A]_0}{[A]_t} = \frac{kt}{2.303}$$

$$log \frac{[A]_0}{[A]_t} = \frac{0.0007 \times 2100}{2.303} = \frac{0.07 \times 21}{2.303}$$

$$log \frac{[A]_0}{[A]_t} = \frac{1.47}{2.303} \quad \text{-----} \quad A$$

येथे $[A]_t$ ह्या किमतीबाबत विचारणा केली आहे. तेंव्हा $[A]_0$ /$[A]_t$ ह्या गुणोत्तराची किंमत खालीलप्रमाणे मिळेल.

प्रथमतः $\frac{1.47}{2.303}$ हा भागाकार ----

Log (1.47) – log (2.303)

= 0.1673 – 0.3623

$$= \bar{1}.8050$$

$$\text{Answer} = \text{Antilog}\ (\bar{1}.8050)$$

$$= 6.383 \times 10^{-1}$$

$$= 0.6383$$

त्या अनुषंगाने

$$\frac{1.47}{2.303} = 0.6383$$

वरील step A आणि $\frac{1.47}{2.303}$ हे गुणोत्तर 0.6383 विचारात घेऊन

$$log\frac{[A]_0}{[A]_t} = \frac{1.47}{2.303}$$

$$log\frac{[A]_0}{[A]_t} = 0.6383$$

$$\frac{[A]_0}{[A]_t} = Antilog\ (0.6383)$$

$$\frac{[A]_0}{[A]_t} = 4.348$$

$[A]_t$ = ? $[A]_0 = 0.08 mol\ dm^{-3}$

$$\frac{[A]_0}{[A]_t} = 4.348$$

$$\therefore [A]_t = \frac{0.08}{4.348}$$

समजा $$\chi = \frac{0.08}{4.348}$$

दोन्ही बाजूंचे लॉग घेऊ ----

$$Log(\chi) = log\ (0.08) - log\ (4.348)$$

$$\mathrm{Log}\,(\chi) = \bar{2}.9031 - 0.6383$$

$$\mathrm{Log}\,(\chi) = \bar{2}.2648$$

$$\chi = \mathrm{Antilog}\,(\bar{2}.2648)$$

$$\chi = 1.840 \times 10^{-2}$$

$$\chi = 0.0184$$

$$\boxed{\therefore\ [A]_t = 0.0184\,\mathrm{mol\ dm^{-3}}}$$

2.5 सारांश

प्रस्तुत प्रकरणामध्ये 'लॉग'वर आधारित Calulations उदा. संख्यांचे गुणाकार, भागाकार, विविध घातांक, वर्गमूळ, घनमूळ, ... इ. खूपच सविस्तरपणे पाहिले. ह्या गणन प्रक्रियांमध्ये अधिकाधिक काठिण्य पातळीचा आशय विचारात घेतला आहे.

ह्या पुढील प्रकरणामध्ये लॉग सारणीच्या (Log Table) पुस्तकामध्ये अन्य काही सारणी देण्यात आलेल्या आहेत. त्या अन्य सारण्यांबाबत अगदी थोडक्यात माहिती देण्यात आली आहे.

प्रकरण क्र. 3

‘लॉग’च्या पुस्तकामधील काही अन्य माहिती

3.1 प्रस्तावना

‘लॉग’च्या पुस्तकामध्ये लॉग-अँटिलॉग सारणी व्यतिरीक्त काही अन्य सारण्या, माहिती देण्यात आलेली असते. ह्यामध्ये प्रामुख्याने Natural sines, Consines, Tangents तसेच Log sines, Cosines, tangents, Squares, Square roots, reciprocals इ. सारण्यांचा समावेश आहे. प्रस्तुत प्रकरणामध्ये ह्या सारण्यांचा उपयोग करण्याबाबत अगदी थोडक्यात माहिती दिली आहे.

(येथे केवळ Natural sines आणि log sines ह्या सारण्यांबाबत विचार केला आहे.)

3.2 Natural sines सारणी

(Natural sines ही सारणी पाहा पान क्र. 43 वर)

Natural sines ही सारणीही तीन भागांमध्ये विचारात घेतली जाते; परंतु संख्यांच्या नियमित लॉग सारणीच्या भागांच्या तुलनेमध्ये Natural sines सारणीतील भागांचे स्वरूप वेगळे आहे. Natural sines सारणीतील पहिल्या स्तंभामध्ये कोनाची मापे 0^0, 1^0, 2^0, 3^0, 4^0, 5^0, ...,89^0 हे आहेत. सारणीच्या दुसऱ्या भागामध्ये 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, ..., 0.9 हे स्तंभ आहेत. सारणीच्या तिसऱ्या भागामध्ये केवळ 5 स्तंभ आहेत. आपण अभ्यासलेल्या त्रिकोणमितीय गुणोत्तरांच्या सारणीनुसार ----

$$\text{Sin }(30) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Sin }(30) = 0.5$$

	NATURAL SINES										ADD				
De gre es	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	Mean Differences				
	0.0°	0.1°	0.2°	0.3°	0.4°	0.5°	0.6°	0.7°	0.8°	0.9°	1′	2′	3′	4′	5′
0°	.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	3	6	9	12	15
1°	.0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	3	6	9	12	15
2°	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	3	6	9	12	15
3°	.0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	3	6	9	12	15
4°	.0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	3	6	9	12	14
5°	.0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	3	6	9	12	14
6°	.1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	3	6	9	12	14
7°	.1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	3	6	9	12	14
8°	.1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	3	6	9	12	14
9°	.1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	3	6	9	12	14
10°	.1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	3	6	9	11	14
11°	.1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	3	6	9	11	14
12°	.2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	3	6	9	11	14
13°	.2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	3	6	8	11	14
14°	.2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	3	6	8	11	14
15°	.2588	2605	2622	2639	2656	2672	2689	2706	2723	2740	3	6	8	11	14
16°	.2756	2773	2790	2807	2823	2840	2857	2874	2890	2907	3	6	8	11	14
17°	.2924	2940	2957	2974	2990	3007	3024	3040	3057	3074	3	6	8	11	14
18°	.3090	3107	3123	3140	3156	3173	3190	3206	3223	3239	3	6	8	11	14
19°	.3256	3272	3289	3305	3322	3338	3355	3371	3387	3404	3	5	8	11	14
20°	.3420	3437	3453	3469	3486	3502	3518	3535	3551	3567	3	5	8	11	14
21°	.3584	3600	3616	3633	3649	3665	3681	3697	3714	3730	3	5	8	11	14
22°	.3746	3762	3778	3795	3811	3827	3843	3859	3875	3891	3	5	8	11	14
23°	.3907	3923	3939	3955	3971	3987	4003	4019	4035	4051	3	5	8	11	14
24°	.4067	4083	4099	4115	4131	4147	4163	4179	4195	4210	3	5	8	11	13
25°	.4226	4242	4258	4274	4289	4305	4321	4337	4352	4368	3	5	8	11	13
26°	.4384	4399	4415	4431	4446	4462	4478	4493	4509	4524	3	5	8	10	13
27°	.4540	4555	4571	4586	4602	4617	4633	4648	4664	4679	3	5	8	10	13
28°	.4695	4710	4726	4741	4756	4772	4787	4802	4818	4833	3	5	8	10	13
29°	.4848	4863	4879	4894	4909	4924	4939	4955	4970	4985	3	5	8	10	13
30°	.5000	5015	5030	5045	5060	5075	5090	5105	5120	5135	3	5	8	10	13
31°	.5150	5165	5180	5195	5210	5225	5240	5255	5270	5284	2	5	7	10	12
32°	.5299	5314	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	2	5	7	10	12
33°	.5446	5461	5476	5490	5505	5519	5534	5548	5563	5577	2	5	7	10	12
34°	.5592	5606	5621	5635	5650	5664	5678	5693	5707	5721	2	5	7	10	12
35°	.5736	5750	5764	5779	5793	5807	5821	5835	5850	5864	2	5	7	9	12
36°	.5878	5892	5906	5920	5934	5948	5962	5976	5990	6004	2	5	7	9	12
37°	.6018	6032	6046	6060	6074	6088	6101	6115	6129	6143	2	5	7	9	12
38°	.6157	6170	6184	6198	6211	6225	6239	6252	6266	6280	2	5	7	9	11
39°	6293	6307	6320	6334	6347	6361	6374	6388	6401	6414	2	4	7	9	11
40°	.6428	6441	6455	6468	6481	6494	6508	6521	6534	6547	2	4	7	9	11
41°	.6561	6574	6587	6600	6613	6626	6639	6652	6665	6678	2	4	7	9	11
42°	.6691	6704	6717	6730	6743	6756	6769	6782	6794	6807	2	4	6	9	11
43°	.6820	6833	6845	6858	6871	6884	6896	6909	6921	6934	2	4	6	8	11
44°	.6947	6959	6972	6984	6997	7009	7022	7034	7046	7059	2	4	6	8	10
45°	.7071	7083	7096	7108	7120	7133	7145	7157	7169	7181	2	4	6	8	10

तेव्हा Natural sines च्या सारणीमध्ये पहिल्या स्तंभामध्ये कोनाचे माप 30^0 मापाच्या पुढे सलग आडव्या ओळीमध्ये 0.0 स्तंभामध्ये 0.5 हीच किंमत आहे. ह्या अनुषंगाने ----

$$\text{Sin }(30.4) = ?$$

ही किंमत Natural sines सारणीमध्ये पहिल्या स्तंभातील 30^0 मापाच्या पुढे 0.4 ह्या स्तंभामध्ये 0.5060 ही किंमत आहे.

$$\therefore \sin(30.4) = 0.5060$$

ही किंमत मिळेल.

अशाच पद्धतीने अन्य कोनांच्या sines किमती तसेच Natural coines, Natural tangents ह्या सारणीचा उपयोग करून विविध कोनाच्या मापासंदर्भात cosines, tangents च्या किमती लिहिता येतील.

3.3 Log sines सारणी

Log sines ह्या सारणीचे स्वरूपही अर्थात भाग Natural sines सारणीप्रमाणेच आहेत. समजा आपल्याला calculations करताना log (sin30) ह्या संदर्भात किंमत पाहावयाची आहे.

$$\text{Log }(\sin 30) = ?$$

ही किंमत पाहण्यासाठी प्रथमतः आपल्याला sin(30) ची किंमत Natural sines सारणीमध्ये पाहून त्यानंतर ह्या किमतीसंदर्भात पुन्हा लॉग सारणीचा वापर करून लॉग पाहावा लागेल. त्या अनुषंगाने ही किंमत खालीलप्रमाणे मिळेल.

$$\text{Log }(\sin 30)$$

$$= \log(0.5)$$

$$= \bar{1}.699$$

वरील पद्धतीनुसार ही किंमत मिळवण्यासाठी अगोदर Natural sines ही सारणी आणि नंतर लॉग सारणीचा उपयोग केला. (0.5 ह्या संख्येचा लक्षणांक $\bar{1}$ ही लिहिणे क्रमप्राप्तच आहे.) परंतु log(sin30) ची किंमत केवळ log sines ह्या एकाच सारणीचा उपयोग करून लिहिता येते. त्यासाठी log sines ह्या सारणीमध्ये पहिल्या स्तंभातील कोनाचे माप 30^0 मापाच्या पुढे सलग आडव्या ओळीमध्ये 0.0 स्तंभामध्ये $\bar{1}.699$ ही किंमत पाहायला मिळते. येथे केवळ एकाच सारणीचा उपयोग केल्यामुळे वेळेची बचतही होते.

अशाच पद्धतीने log cosines, log Tangents ह्या सारणीचा उपयोग करून विविध कोनांच्या मापांच्या संदर्भात log cosines, log tangents ह्या किंमती केवळ एकाच सारणीचा उपयोग करून लिहिता येतील.

3.4 सारांश

प्रस्तुत प्रकरणामध्ये लॉग सारणीच्या पुस्तकांमधून देण्यात येणाऱ्या अन्य सारण्यांबाबत अगदी थोडक्यात माहिती दिली आहे. ह्या संदर्भात आणखी सविस्तर माहितीसंदर्भात अन्य पुस्तकांमधून माहिती पाहावी किंवा आंतरजाल अर्थात इंटरनेटचाही उपयोग करता येईल.

*****

संदर्भ ग्रंथ सूची –

1. Maharashtra State Board of Secondary and Higher Secondary Education, Pune-411004 (2011) Mathematics and statistics (Part-2)
2. भाषा संचालनालय, महाराष्ट्र शासन (एप्रिल-1981) भौतिकशास्त्र परिभाषा कोश.
3. Maharashtra state Bureau of Textbook production and Curriculum Research, Pune (First Edition-2019) Chemistry (Text Book Standard XII)